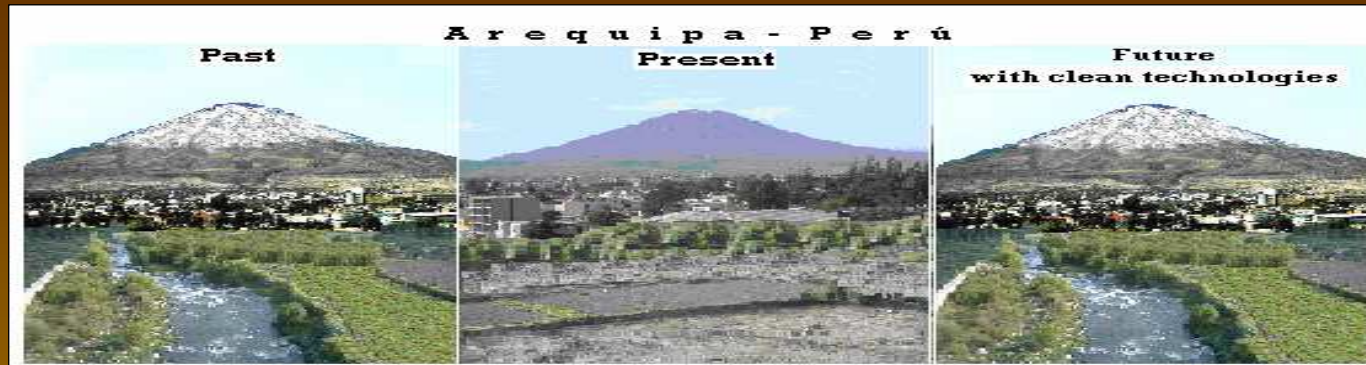




“MODELAMIENTO BIDIMENSIONAL DE CIANURACIÓN DE MINERALES AURÍFEROS, PARA EL DISEÑO DE REACTOR DE PILA DE CIANURACIÓN CON AIRE A PRESION NATURAL O FORZADA ”

Ms of Eng Federico Calisaya M.



Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa

ANALISIS DE PROCESOS Y OPERACIONES

- Consiste en la aplicación de métodos científicos para la identificación del problema del proceso y el desarrollo de procedimientos para su solución.
- Métodos:
 - a) Construcción de la replica del proceso o planta piloto.
 - b) Construcción de uno o varios modelos matemáticos.

MODELO MATEMATICO

- Definición.- Es un conjunto de ecuaciones algebraicas y/o diferenciales que pueden ser usados para representar y predecir ciertos fenómenos.
- Tipos de Modelos Matemáticos
 - Modelos Fenomenológicos
 - Modelos Empíricos
 - Modelos de Sistemas

MODELOS FENOMENOLOGICOS

- Son los modelos basados en principios físico-químicos tales como: termodinámica, cinética, fenómenos de transferencia, etc.
- Tipos de modelos fenomenológicos:
 - Modelos basados en fenómenos de transferencia.
 - Modelos de balance poblacional.

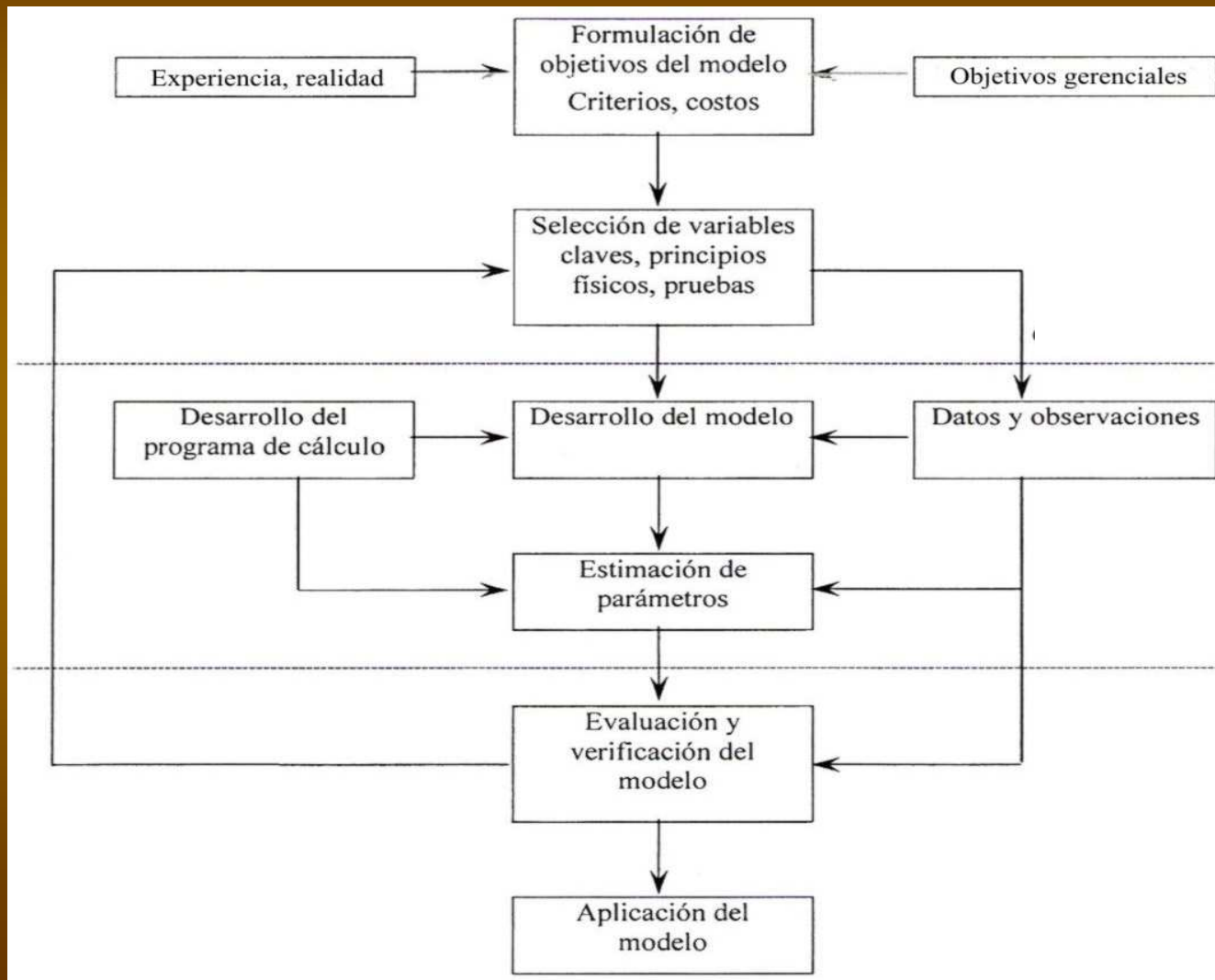
MODELOS EMPÍRICOS

- Son los modelos basados en la observación de un sistema particular considerado como caja negra y no en principios físico-químicos.

MODELOS DE SISTEMAS

- Son los modelos que satisfacen todas las relaciones de conservación: de masa, energía, movimiento, económico o costos, programación, corrección de cuellos de botella de la producción, etc.

CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS



APLICACIONES DEL MODELAMIENTO MATEMATICO

- Diseño de reactores y operaciones.
- Diseño de plantas.
- Optimización de operaciones mineras y procesos metalúrgicos.
- Control automático de procesos.
- En la gestión de plantas industriales con modelos de sistemas.

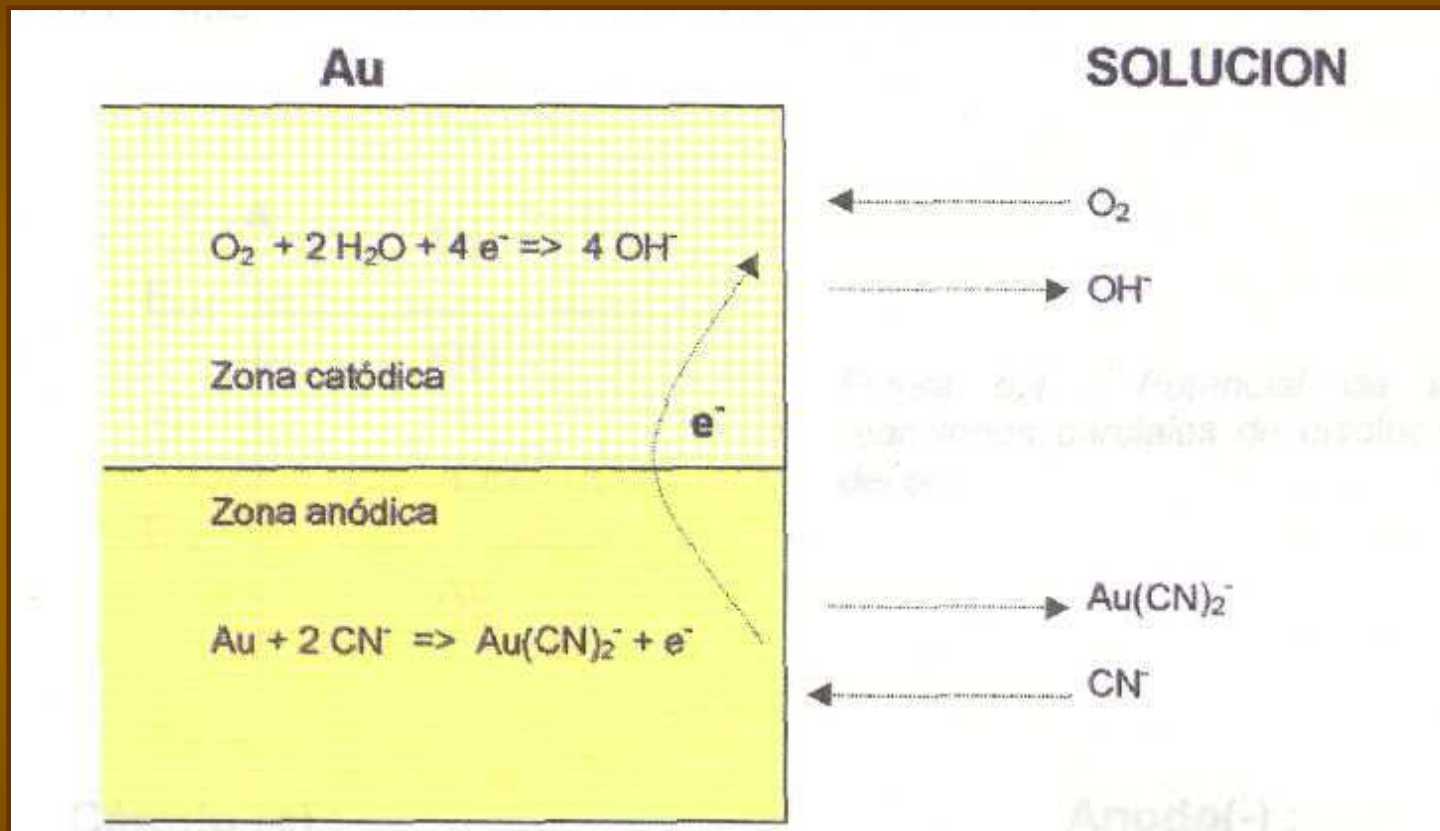
DISEÑO DE UN REACTOR LIMPIO

- Consiste en determinar:
 - El tamaño del reactor
 - El tipo de reactor
 - Las condiciones de operación del reactor

JUSTIFICACION DEL MODELAMIENTO MATEMATICO

- Costo mínimo de análisis de procesos: Se requiere ciencia, experiencia, PC, software y ocasionalmente de un laboratorio.
- Rapidez de análisis de procesos.

Esquema de la cianuración del oro en medio acuso



ANÁLISIS DEL PROCESO DE CIANURACIÓN DE MINERALES AURIFEROS MEDIANTE MODELAMIENTO MATEMATICO

Se usarán modelos de fenómenos de transporte para representar la conservación de masa gaseosa, esto es el aire a través de la pila, mientras que para el mineral se aplicará una representación simplificada de modelo de balance poblacional de partículas distribuidas en diferentes tamaños, finalmente estos modelos se combinarán con el modelo empírico de flujo de fluidos a través de camas empaquetadas, esto es, la ecuación de Darcy y la ecuación de Dalton de presiones parciales.

ANTECEDENTES BIBLIOGRÁFICOS DE MODELAMIENTO DE CIANURACIÓN DE MINERALES AURIFEROS

Modelamiento de lixiviación y cianuración en tanques

Modelos basados en fenómenos de transporte:

- Modelamiento de un sistema de cianuración discontinua o batch.
- Modelamiento de un sistema de cianuración continuo.

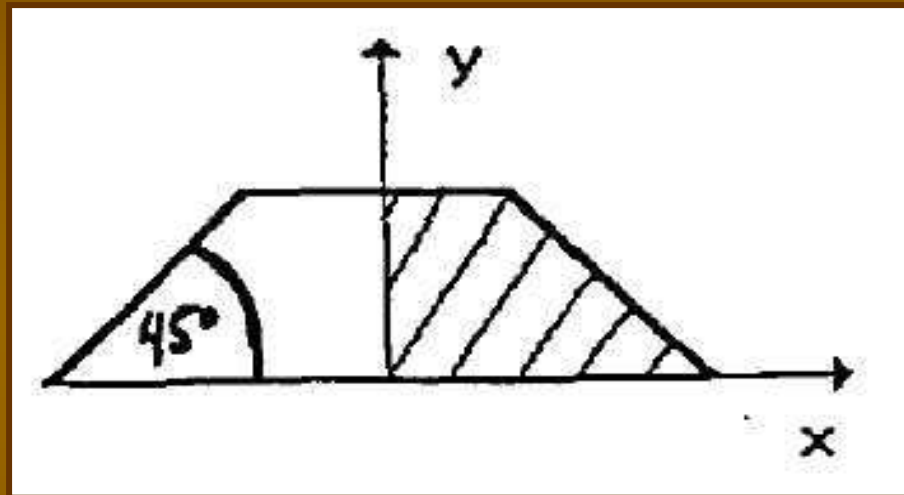
Modelos de balance poblacional:

- Modelamiento de un sistema de cianuración discontinua o batch.
- Modelamiento de un sistema de cianuración continuo estacionario.

Modelamiento de lixiviación de minerales de cobre en pilas o botaderos

- Modelamiento fenomenológico unidimensional de lixiviación ácida de minerales oxidados de cobre en pilas.
- Modelamiento unidimensional de fenómenos de transporte de biolixiviación de minerales sulfurados de cobre de baja ley, en pilas.
- Modelamiento matemático empírico de lixiviación de minerales de cobre de baja ley en los botaderos de la mina Toquepala.

MODELAMIENTO BIDIMENSIONAL DE CIANURACIÓN MINERALES AURÍFEROS EN PILA



- Modelo cinético
- Modelo de balance de mineral
- Modelo de balance de oxígeno gaseoso

CINETICA DE CIANURACION

Mecanismo de cianuración de una partícula de mineral aurífero:

- Absorción o disolución del oxígeno gaseoso en la solución
- Transporte de cianuro y oxígeno disuelto a la interfase sólido-líquido
- Adsorción de los reactantes CN^- y $\text{O}_{2\text{L}}$ en la superficie del mineral
- Reacción de disolución de carácter electroquímico
- Desorción de los complejos solubles de oro-cianuro desde la fase sólida
- Transporte de los productos desorbidos de la zona de reacción a la solución

Modelos cinéticos de cianuración:

■ Modelo de núcleo reducido

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{(1-\alpha)^{2/3}}{(6/7)T_D(1-\alpha)^{2/3} + T_R}$$

$$T_D = \frac{G^0 R^2 \rho_s}{6\sigma D_{ef}[O_{2L}]}$$

$$T_R = \frac{G^0 R \rho_s}{\sigma k_s}$$

■ Modelo de conversión progresiva

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{(1-\alpha)^{2/3}}{(6/7)T_D(1-\alpha)^{2/3} + T_C}$$

$$T_C = \frac{3\rho_s}{\sigma k_s a}$$

Donde:

$\alpha(t)$: Fracción de especie mineralógica cianurada

G_o : Fracción en peso de la especie mineralógica inicial

R : Radio de la partícula (m)

ρ_s : Densidad del mineral (Kg./m³)

σ : Coeficiente Estequiométrico

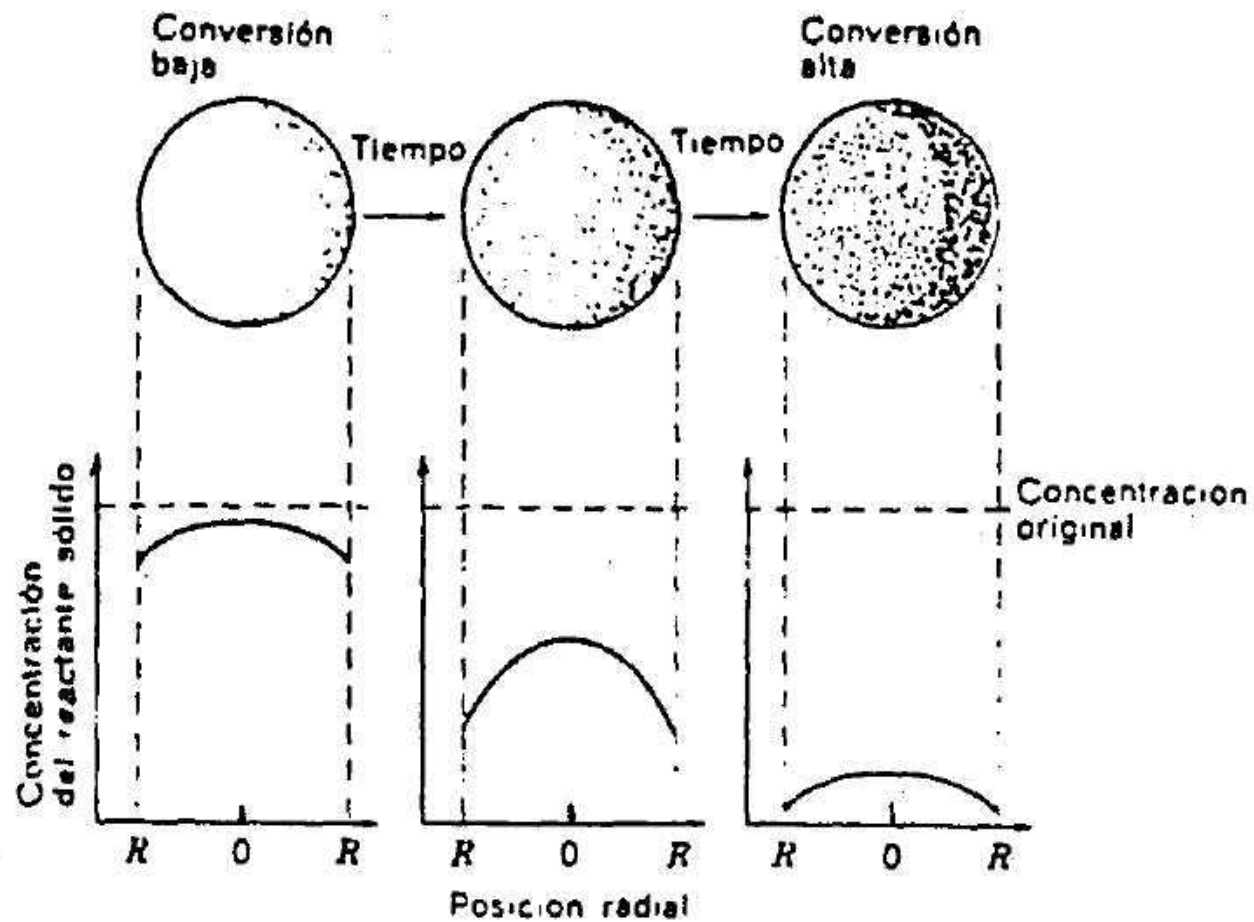
D_{ef} : Difusividad efectiva de O_{2L} en la porosidad del mineral (m²/ día)

O_{2L} : Concentración del oxígeno en la solución lixiviada (Kg./m³)

a : Área superficial volumétrica (m²/m³)

k_s : Constante cinética intrínseca de reacción química (Kg./m²/día)

Diagrama del modelo de conversión progresiva



Modelo de balance de mineral

El mineral en la pila de cianuración se comporta como un proceso batch sin entrada ni salida, por tanto es el mismo que el modelo cinético de:

- Núcleo reducido
- Conversión progresiva
- Modelo mixto

Y un modelo adicional para tomar en cuenta la distribución de tamaño de partículas y sus porcentajes en la pila:

$$\alpha_T = \sum_{j=1}^n w_j \alpha_j$$

w_j : Fracción en peso de partícula de tamaño j

Modelamiento Bidimensional de Cianuración Minerales Auríferos en Pila

■ Formulación del Modelo da Balance de Oxígeno gaseoso

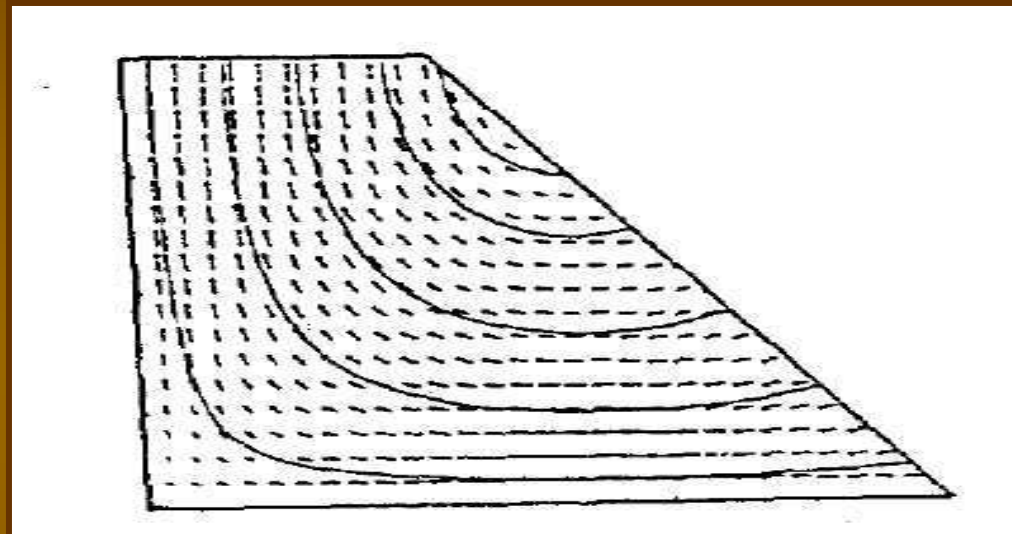


Diagrama de líneas de flujo de transporte de aire en un cuadrante de una pila.

■ Asunciones:

- Caudal de riego por unidad de volumen: constante
- Proceso de cianuración estacionario
- Concentración de cianuro en la solución cianurante: suficiente y constante

Ecuación general de continuidad:

$$\frac{\text{Acumulacion del O}_{2g} \text{ en la pila}}{\text{unidad de tiempo}} = \frac{\text{entrada O}_{2g} \text{ a la pila}}{\text{unidad de tiempo}} - \frac{\text{salida O}_{2g} \text{ de la pila}}{\text{unidad de tiempo}} \dots$$

$$\dots + \frac{\text{cantidad O}_{2g} \text{ generado dentro de la pila}}{\text{unidad de tiempo}} - \frac{\text{cantidad O}_{2g} \text{ consumido dentro de la pila}}{\text{unidad de tiempo}}$$

■ Simplificaciones:

- **Proceso estacionario, por tanto acumulación del oxígeno en la pila = 0**
- **No hay producción de oxígeno en la pila, por tanto generación de oxígeno = 0**

$$\varepsilon_g D_g \frac{\partial^2 O_{2g}}{\partial x^2} + \varepsilon_g D_g \frac{\partial^2 O_{2g}}{\partial y^2} - \varepsilon_g \frac{\partial(v_g O_{2g})}{\partial x} - \varepsilon_g \frac{\partial(v_g O_{2g})}{\partial y} = \frac{\rho_b G^0 d \alpha}{\sigma dt}$$

O_{2g} : Concentración de oxígeno gaseoso (Kg./m³)

v_g : Velocidad del oxígeno gaseoso

x : Coordenada horizontal de la pila (m)

y : Coordinan vertical de la pila (m)

D_g : Coeficiente de difusión de O_{2g} en la fase gaseosa (m²/día)

ε_g : Fracción volumétrica de la fase gaseosa en la pila.

ρ_b : densidad promedio de la pila de mineral (Kg/m³)

σ : factor estequeométrico : Kg oro/ Kg oxígeno consumido

Flujo de gas a través de camas empaquetadas de sólidos: Ley de Darcy

Si el flujo ocurre a bajas presiones, esto es lento, el flujo es proporcional a la pérdida de energía, a la conductividad hidráulica e inversamente proporcional a la longitud de la cama empaquetada. k

$$Q = k A \frac{\Delta P}{L}$$

$$Q = q A = -A \frac{h_2 - h_1}{L}$$

$$h = z + \frac{P}{\rho_g g}$$

$$k = \frac{K k_{rg} \rho_g g}{\mu_g}$$

$$k_{ef} = K k_{rg}$$

Para que el flujo se produzca debe cumplirse: $z_2 > z_1$ y $P_1 > P_2$, por tanto:

$$q = \frac{\frac{K k_{rg} \rho_g g}{\mu_g} \left[z_1 + \frac{P_1}{\rho_g g} - z_2 - \frac{P_2}{\rho_g g} \right]}{L}$$

$$z_2 - z_1 = L$$

$$q = -\frac{K k_{rg}}{\mu_g} \left[\frac{\Delta P}{L} - \rho_g g \right]$$

$$\bar{q} = -\frac{K k_{rg}}{\mu_g} \left[\nabla P - \rho_g \bar{g} \right]$$

Donde :

- Q :Flujo total
- q :Flujo unitario (m³/m²/seg)
- k :Conductividad hidráulica
- A :Área transversal
- h :Altura hidráulica
- z :Altura geométrica
- K :Permeabilidad de la pila (5 x 10⁻¹⁰m²)
- k_{ef} :Permeabilidad cama de mineral mojado al flujo del aire (2.5 x 10⁻¹⁰m²)
- k_{rg} :Permeabilidad relativa: k_{ef} /K = 0.5
- ρ_g :Densidad del gas (Kgr/m³)
- μ_g : Viscosidad del gas Kgr/m/seg
- g :Aceleración de la gravedad m/seg²
- P :Presión (Pa)

Ecuación de Dalton de las presiones parciales

Dado:

P : Presión parcial de O_{2g}

P_t : Presión total

O_{2g} : Concentración del Oxígeno gaseoso (Kgr/m^3)

N_2 : Concentración del Nitrógeno gaseoso (Kgr/m^3)

$$P = \frac{[O_{2g}] P_t}{[O_{2g}] + [N_2]}$$

$$O_{2g} = [O_{2g}]$$

$$N_2 = [N_2]$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{P_t N_2}{(O_{2g} + N_2)^2} \frac{\partial^2 O_{2g}}{\partial y^2} - \frac{2 P_t N_2}{(O_{2g} + N_2)^3} \left(\frac{\partial O_{2g}}{\partial y} \right)^2$$

Combinando la ecuación general de continuidad, la ecuación de Darcy y las ecuaciones de Dalton:

$$\varepsilon_g \bar{v}_g = \bar{q} = -\frac{K k_{rg}}{\mu_g} \left[\nabla P - \rho_g \bar{g} \right]$$

Expandiendo vectores, derivando y reemplazando ecuaciones se obtiene

$$\left(\varepsilon_g D_g + O_{2g} k \frac{P t N_2}{(O_{2g} + N_2)^2} \right) \frac{\partial^2 O_{2g}}{\partial x^2} + \left(\varepsilon_g D_g + O_{2g} k \frac{P t N_2}{(O_{2g} + N_2)^2} \right) \frac{\partial^2 O_{2g}}{\partial y^2} +$$

$$\left(k \frac{P t N_2}{(O_{2g} + N_2)^2} - O_{2g} k \frac{2 P t N_2}{(O_{2g} + N_2)^3} \right) \left(\frac{\partial O_{2g}}{\partial x} \right)^2 + \left(k \frac{P t N_2}{(O_{2g} + N_2)^2} - O_{2g} k \frac{2 P t N_2}{(O_{2g} + N_2)^3} \right) \left(\frac{\partial O_{2g}}{\partial y} \right)^2 -$$

$$k \rho_g g_y \frac{\partial O_{2g}}{\partial y} = \frac{\rho_b G^0 d \alpha}{\sigma_1 d t}$$

El modelo bidimensional de balance de oxígeno gaseoso en una pila

Se puede simplificar los coeficientes del modelo, despreciando términos pequeños, quedando finalmente el modelo bidimensional simplificado de balance de oxígeno:

$$\left(\varepsilon_g D_g + \frac{kPtO_{2g}}{N_2} \right) \frac{\partial^2 O_{2g}}{\partial x^2} + \left(\varepsilon_g D_g + \frac{kPtO_{2g}}{N_2} \right) \frac{\partial^2 O_{2g}}{\partial y^2} + \left(\frac{kPt}{N_2} - \frac{2kPtO_{2g}}{(N_2)^2} \right) \left(\frac{\partial O_{2g}}{\partial x} \right)^2 +$$

$$\left(\frac{kPt}{N_2} - \frac{2kPtO_{2g}}{(N_2)^2} \right) \left(\frac{\partial O_{2g}}{\partial y} \right)^2 - k\rho_g g_y \frac{\partial O_{2g}}{\partial y} = \frac{\rho_b G^0 d \alpha}{\sigma_1 dt}$$

Condiciones iniciales y de contorno:

C.I. : Para todo x, y a $t = 0$
 $\alpha = 0.00$
 $O_{2g} = 0.255 \text{ Kg./m}^3$

C.C. : Para todo $t > 0$
 En $O_{2g}(0, y)$ $\frac{\partial O_{2g}}{\partial x} = 0.0$

En $O_{2g}(0, x)$ $\frac{\partial O_{2g}}{\partial y} = 0.0$

$O_{2g}(L, y) = 0.255 \text{ Kg./m}^3$
 $O_{2g}(H, x) = 0.255 \text{ Kg./m}^3$

SIMULACIÓN, INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS, Y APLICACIÓN AL DISEÑO DE REACTOR: PILA DE CIANURACIÓN

Estimación de parámetros del modelo cinético

**Determinación experimental de los parámetros
del modelo cinético:**

Tiempo (Hrs.)	Au: mg./lt.	Contenido de Au en Solución: mg.	Fracción lixiviada α
0.25 (15´)	3.26	319.415	0.17116
0.50 (30´)	3.78	370.364	0.19850
1.00 (60´)	5.18	507.536	0.27197
2.00 (120´)	8.19	802.456	0.43006
4.00 (240´)	9.71	951.386	0.50986

Resultados de cianuración batch en tanque con agitación

$$G_o = 1.155 \times 10^{-5}$$

$$R = 1.612 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\rho_s = 2700 \text{ Kg/m}^3$$

$$\sigma = 4$$

$$H_e = -7 \times 10^{-8}(T-273.15)^3 + 1.55 \times 10^{-5}(T-273.15)^2 - 1.2 \times 10^{-3}(T-273.15) + 5.23 \times 10^{-2}$$

Para $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

$$T = 20 + 273.15 = 293.15 \text{ }^\circ\text{K}$$

$$H_e = 0.03394$$

$$a = 12000 \text{ m}^2/\text{m}^3$$

Parámetros del modelo de balance de mineral:

Son los mismos que los parámetros del modelo cinético; con las excepciones que se indica:

- Tamaño de partícula**
- Radio**
- Coeficiente de difusividad efectiva del oxígeno ajustado para la pila**
- Constante intrínseca de reacción química ajustada para la pila**

Parámetros del modelo de balance de oxígeno gaseoso en pila

Factor de tortuosidad: 2.0

$$D_{\text{ef}} = 1.296 \text{ m}^2/\text{día} \times 0.03/2.0 \approx 0.02 \text{ m}^2/\text{día}$$

$$K = 5 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ (J. Casas)}$$

$$k_{\text{ef}} = 2.5 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ (J. Casas)}$$

$$k_{\text{rg}} = 0.5$$

$$\mu_g = 1.85 \times 10^{-5} \text{ Kg} / \text{m} / \text{seg} = 1.59840 \text{ Kg} / \text{m} / \text{día}$$

$$g_y = 9.8 \text{ m} / \text{seg}^2 = 7.3156608 \times 10^{10} \text{ m} / \text{día}^2$$

$$\rho_b = 1800 \text{ Kg} / \text{m}^3$$

$$\sigma = 4$$

$$k = K K_{\text{rg}} / \mu_g = 1.564064 \times 10^{-10} \text{ m}^3 \text{ día} / \text{kg}.$$

Agrupamiento del modelo de balance de mineral y
modelo del balance de oxígeno:

$$(A+BO_{2g})\frac{\partial^2 O_{2g}}{\partial x^2} + (A+BO_{2g})\frac{\partial^2 O_{2g}}{\partial y^2} + (B-CO_{2g})\left(\frac{\partial O_{2g}}{\partial x}\right)^2 + (B-CO_{2g})\left(\frac{\partial O_{2g}}{\partial y}\right)^2 - D\frac{\partial O_{2g}}{\partial y} = E\frac{d\alpha}{dt}$$

Donde:

$$A = \varepsilon_g D_g$$

$$B = \frac{kPt}{N_2}$$

$$C = \frac{2kPt}{(N_2)^2}$$

$$D = k\rho_g g_y$$

$$E = \frac{\rho_b G^0}{\sigma}$$

Solución numérica de los modelos bidimensionales del balance de mineral y del balance de oxígeno gaseoso por el método de diferencias finitas

$$\left(A+BG_{ij}\right)\left(\frac{G_{i+1,j}-2G_{ij}+G_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}\right)+\left(A+BG_{ij}\right)\left(\frac{G_{i,j+1}-2G_{ij}+G_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}\right)+\left(B-CG_{ij}\right)\left(\frac{G_{i+1,j}-G_{ij}}{\Delta x}\right)^2+$$

$$\left(B-CG_{ij}\right)\left(\frac{G_{i,j+1}-G_{ij}}{\Delta y}\right)^2-D\left(\frac{G_{i,j+1}-G_{ij}}{\Delta y}\right)=\frac{E}{\frac{T_d}{G_{ij}}+\frac{T_c}{(1-\alpha)^{2/3}}}$$

Diferencias finitas hacia delante y diferencias centrales

Programación y simulación

- Sistema de ecuaciones no lineales
- Método de Newton - Raphson modificado con optimización de t (SOR)

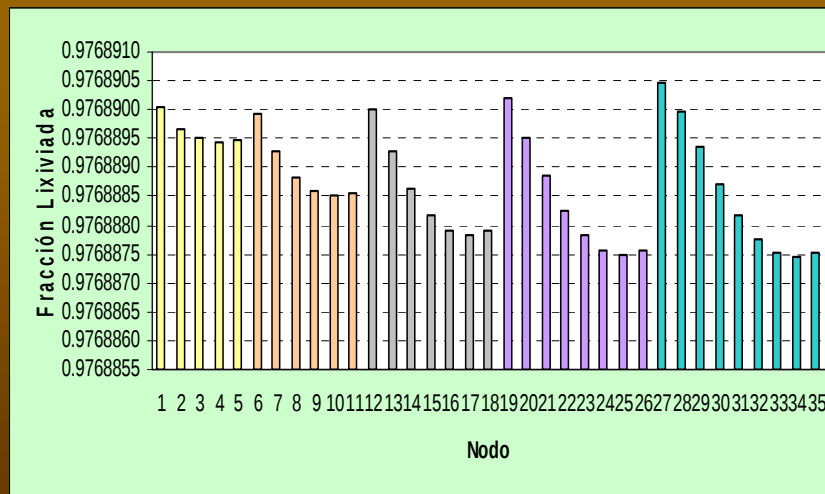
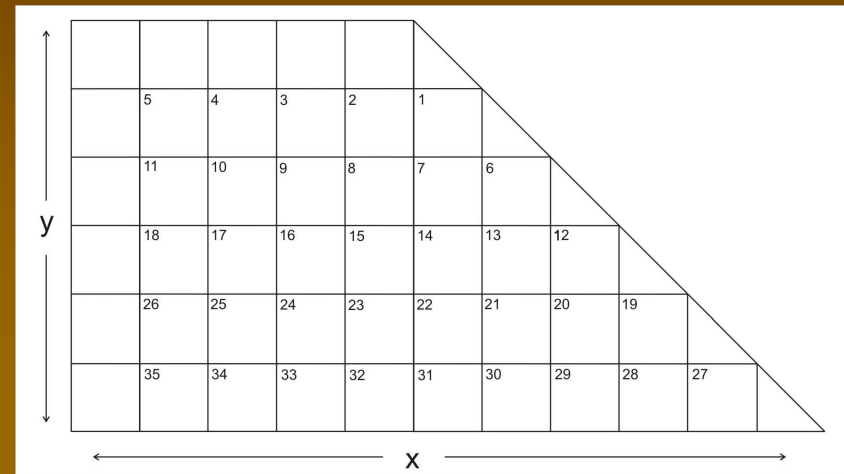
$$x_i^{k+1} = x_i^k - t \frac{f_i(x_1^{k+1}, x_2^{k+1}, \dots, x_{i-1}^{k+1}, x_i^k, \dots, x_n^k)}{\frac{\partial f_i}{\partial x_i} \big| (x_1^{k+1}, x_2^{k+1}, \dots, x_{i-1}^{k+1}, x_i^k, \dots, x_n^k)} \quad 1 \leq i \leq n$$

- Implementación del método numérico: Matlab
- Simulaciones variando la altura de la pila: 5, 6, 7 y 8 metros

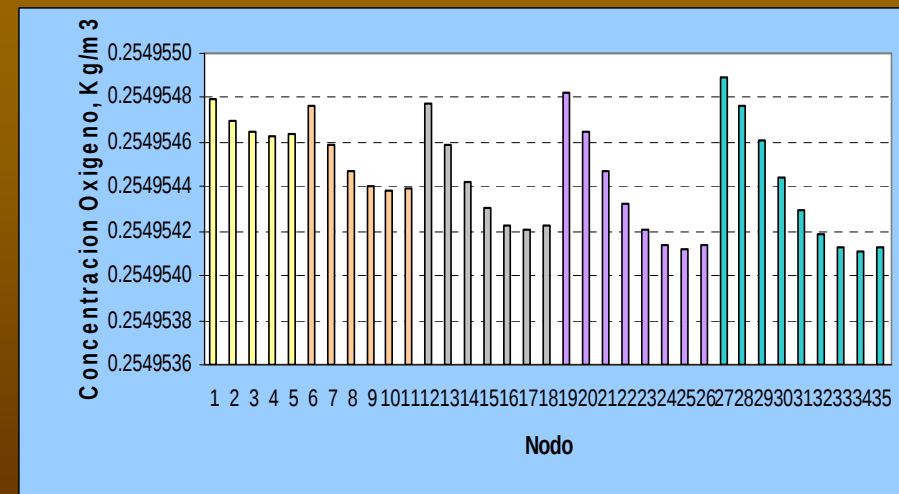
Simulación para una pila de

Altura: 6 m

Ancho: 11 m

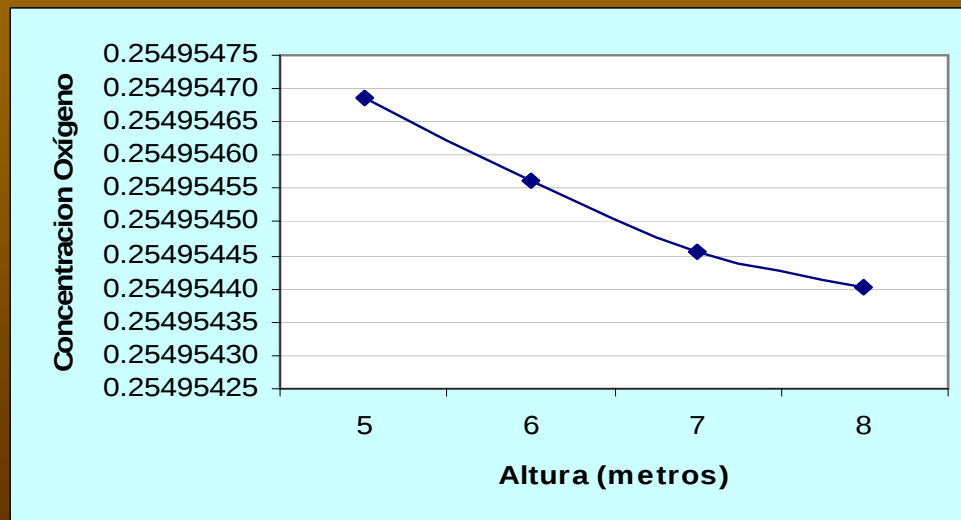
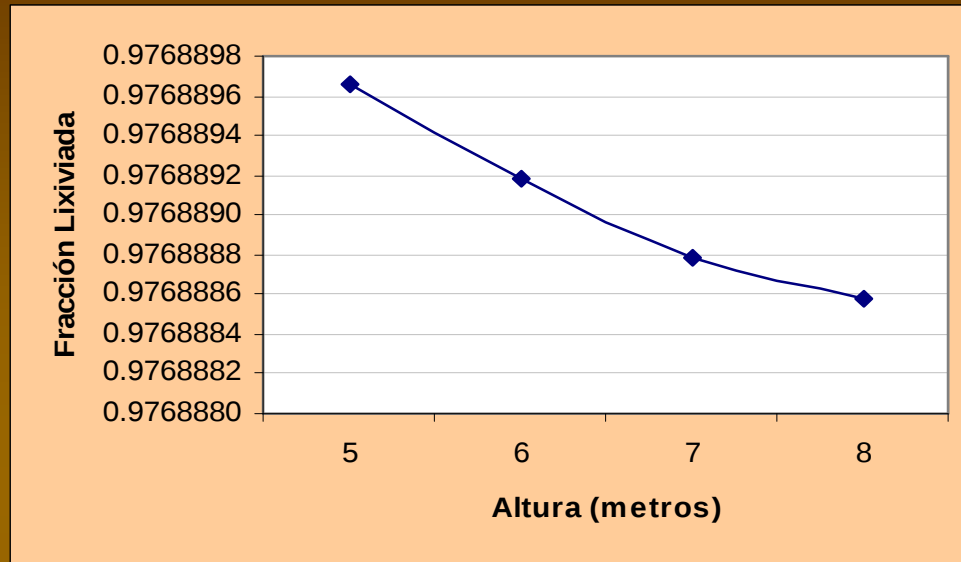


Fracción lixiviada por nodo



Concentración de oxígeno por nodo

Fracción Lixiviada y concentración de oxígeno a distintas alturas de la pila



Validación de los resultados

- Conciste en la comparación de resultados obtenidos de la simulación con los resultados de muestreos de equipos de medición de oxígeno en solución acuosa u oxímetro en fase gaseosa

Modelamiento con cianuración con aire a presión forzada

- Se requiere modificación de las condiciones de contorno según la posición de las líneas de aire a presión.
- Tipo de flujo con aire a presión forzado: Laminar, porque se usa aire con gran caudal y presiones ligeramente superiores a la atmosférica por lo tanto se sigue utilizando la ecuación de Darcy de flujo laminar de aire a través de camas empaquetadas.

Ej. Caso Cerro Verde, para la lixiviación de sulfuros secundarios con aire a presión forzado, 1.56 Atm.

Diseño del Reactor: Pila de cianuración

- Tipo de reactor: Pila simétrica.
- Condiciones de operación: Son los determinados por los parámetros del modelo cinético, del modelo de balance de mineral y modelo de balance de oxígeno.
- Dimensiones según la recuperaciones que se desee obtener se establecerá la altura de la pila de los resultados obtenidos de las simulaciones.

GRACIAS